2К

УДК 519.1

Л.Н. Колечкина
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, г. Киев
ludapl@ukr.net

Принятие решений в условиях многокритериальности с комбинаторными свойствами альтернатив

В статье рассматривается задача принятия решений при многих критериях на комбинаторных конфигурациях. Такие задачи являются моделями многих практических задач. Обосновываются свойства области допустимых решений задачи, базирующиеся на свойствах многогранника размещений, вершины которого определяют заданное комбинаторное множество точек. Представлено множество альтернатив в виде ориентированного графа многогранника размещений. Описываются свойства графа многогранника размещений, которые используются для разработки нового метода решений предлагаемой задачи на графе.

Введение

Основой успешного функционирования любого производства является принятие решений, адекватных условиям, в которых функционируют объекты. В принятии решений компьютер становится ближайшим помощником человека [1]. Но традиционное использование ЭВМ не самое эффективное. Руководитель, кроме информации из базы данных, кроме некоторых экономических или технологических расчетов, в своей деятельности встречается с большим количеством задач по управлению системой, которые решаются в рамках многокритериальной оптимизации при наличии множества альтернатив. Потребность нахождения множества альтернатив возникает вследствие того, что всякая реальная задача требует выбора и принятия решений с учетом многих критериев качества [2-4]. Эти критерии, как правило, противоречивы и разнородны в том смысле, что качество сравниваемых альтернатив невозможно адекватно выразить одним комплексным критерием, представляющим собой некоторую свертку исходных частных критериев. Иными словами оказываются неприменимыми априорные процедуры многокритериальной оптимизации. В этом случае для осуществления выбора и принятия решений необходимо использовать адаптивные процедуры, применение которых предполагает нахождение того или другого множества альтернатив.

В свою очередь множество альтернатив часто имеет специфические, в частности комбинаторные свойства, которые необходимо учесть для адекватного описания математической модели и ее применения для решения прикладных задач. Поэтому есть целесообразным рассмотреть подход к решению, который основан на особенностях класса векторных задач на комбинаторных конструкциях. Следует отметить, что большой интерес ученых вызывают методы анализа некоторых комбинаторных задач, базирующиеся на свойствах многогранников, вершины которых определяют заданное комбинаторное множество точек. Комбинаторные многогранники связаны с теорией графов [5], [6]. Графы многогранников обладают многими интересными свойствами; при их изучении возникает большое число задач, представляющих интерес не только для теории графов, комбинаторики, топологии и геометрии, но и для теории многокритериальной оптимизации.

Данная работа является продолжением работ [7-9]. В ней рассматривается метод решения дискретных многокритериальных задач с применением графов с учетом комбинаторных свойств множества альтернатив.

1. Определение задачи векторной оптимизации на комбинаторном множестве. Задача векторной оптимизации обычно определяется как вычислительная проблема, в которой задано множество альтернатив $X=\{x\}$, векторная целевая функция $F(x): X \to R$, где $F(x)=(f_1(x),...,f_i(x),...,f_l(x))$, состоящая из частных критериев $f_i(x) \to \max, i \in N_l$, и требуется найти альтернативу $x^0 \in X$, на которой эта целевая функция принимает экстремальное значение: $F\left(x^0\right)=\underset{x \in X}{extr}\, F(X)$, $extr \in \{\min, \max\}$. Для задач оптимизации альтернативы $x \in X$ обычно называют допустимыми решениями, x^0 – оптимальное решение, $X=\{x\}$ – множеством допустимых решений. Если множество X дискретное, то соответствующая задача оптимизации называется задачей дискретной оптимизации.

При $N=1$, то есть в однокритериальном случае, $\tilde{X}$ – это множество всех оптимумов данной задачи.

В данной работе рассматривается случай, когда X – комбинаторное множество размещений. $F(x)=(f_1(x),...,f_i(x),...,f_l(x))$ – векторный критерий, задан на множестве $A(B)$ размещений, порождаемых некоторым конечным мультимножеством $B=\{b_1,b_2,...,b_q\}$. Тогда задача имеет вид: $Z(F,X)$.

Задача может содержать также дополнительные линейные ограничения, которые образуют выпуклое многогранное множество $D \subset R^n$ вида: $D=\{x \in R^n \mid Gx \le H\}$, где $G \in R^{m \times n}$, $H \in R^m$. Запишем линейные ограничения в виде линейных неравенств:

$$G_{ij}(x) \ge h_i, i \in N_m, j \in N_n. \tag{1}$$

Для решения задачи $Z(F,X)$ рассмотрим разложение ее на подзадачи, преобразовав каждое из неравенств системы дополнительных ограничений (1) в равенство $G_1(x)=\sum_{i=1}^{n} g_{ij}x_i = h_i, i \in N_m, j \in N_n$, и будем рассматривать нахождение точки $x=$ $=(x_1,x_2,...,x_n)$ по значению h_i целевой функции на множестве размещений.

Как известно, размещением из q элементов по n называется упорядоченный набор из n элементов, которые принадлежат мультимножеству $B=\{b_1,b_2,...,b_q\}$.

Следует заметить, что в этом случае понятие «оптимум» имеет непротиворечивое определение: допустимое решение x^0 оптимальное, если оно минимизирует (или максимизирует) целевую функцию на $X: F\left(x^0,b\right)=\min_{x \in X} F(x,b)$ или $F\left(x^0,b\right)=F\left(x^0,b\right)=$ $=\max_{x \in X} F(x,b)$, где X содержит элементы множества размещений $A(B)$.

Каждый элемент множества $A(B)$ есть упорядоченным набором q соответствующих действительных чисел. Не теряя общности, упорядочим элементы мультимножества B по неубыванию таким образом: $b_1 \le b_2 \le \ldots \le b_q$. Тогда выпуклой оболочкой общего множества размещений $A(B)$ является общий многогранник размещений $M = \operatorname{conv} A(B)$ [5]:

$$M = \left\{ x \in R^n \,\middle|\, \sum_{j=1}^{|\omega|} b_j \le \sum_{i \in \omega} x_i \le \sum_{j=1}^{|\omega|} b_{q-j+1} \quad \forall \omega \subset N_n = \{1,...,n\} \right\}, \text{ а } A(B) = \operatorname{vert} M .$$

Согласно [5] $x \in M = \operatorname{conv} A(B)$ является вершиной многогранника размещений M тогда и только, когда он представляет собой перестановку чисел $b_1,...,b_s,b_{q-r+1}$, $\ldots,b_q$, где $0 \le s \le q$, $0 \le r \le n$, $s + r = n$.

Как известно [9], для перестановочного многогранника можно построить граф, с помощью которого можно рассматривать изменение значения целевой функции в точках – вершинах многогранника размещений. Воспользуемся следующей теоремой.

Теорема 1. Многогранник размещений $M = \operatorname{conv} A(B) = M_q^n(B)$ при $n < q$ и любом векторе $B = (b_1, b_2, \ldots, b_q)$ комбинаторно эквивалентен перестановочному многограннику $M_n(B)$ размерности n [5].

Учитывая связь между перестановками и размещениями, для элементов множества размещений можно построить подобный граф многогранника размещений $M_q^n(B)$. Далее $M_q^n(B) = M$.

2. Построение графа многогранника размещений и его свойства.

Пусть существует граф $G(B)$ некоторого многогранника размещений M.

Опишем построение графа $G(B)$ для размещения из 4 элементов по 3. Для удобства оперирования элементы множества размещения – точки пронумеруем от 1 до 24, так как их будет как раз 24, и будем их называть вершинами $p_i, i \in N_{24}$ графа $G(B)$, которые будут размещаться на четырех подграфах $G_1(B)$, $G_2(B)$, $G_3(B)$, $G_4(B)$, в зависимости от выбора элементов из множества *B*. Тогда для подграфов графа $G(B)$ выполняются следующие условия: $X_1 \subseteq X, X_2 \subseteq X, X_3 \subseteq X, X_4 \subseteq X$, где $X, X_i, i \in N_4$ – множество вершин; $U_1 \subseteq U, U_2 \subseteq U, U_3 \subseteq U, U_4 \subseteq U$, где $U, U_i, i \in N_4$ – множество ребер. В подграфе $G_1(B)$, который расположен в верхней части графа $G(B)$, вершины образованы из максимальных элементов мультимножества $B = \{b_1, b_2, ..., b_q\}$ = (2, 3, 4), которые образовывают элементы множества размещений. Следующий подграф $G_2(B)$ строится путем замены минимального элемента на еще более минимальный, то есть выбирается подмножество (1, 3, 4) и генерируются вершины. Аналогичным образом строятся подграфы: $G_3(B)$, вершины которого образовываются путем генерации элементов (1, 2, 4), и $G_4(B)$ – вершины образовываются из (1, 2, 3).

Далее рассмотрим любой частный критерий $f(x) = f_i(x)$, $i \in N_l$ вектор-функции $F(x)$. Вектор коэффициентов функции $f(x) = \sum_{j=1}^{n} \langle c_j, x \rangle$ обозначим $\vec{c} = (c_j)$, $j \in N_n$, где $c_1 \le c_2 \le \ldots \le c_n$, $i \in N_n$ для функции. Тогда значение функции $f(x)$ в произвольной точке $p_i (1 \le i \le 24)$ определяется как скалярное произведение $f(p_j) = (p_j, c_j)$.

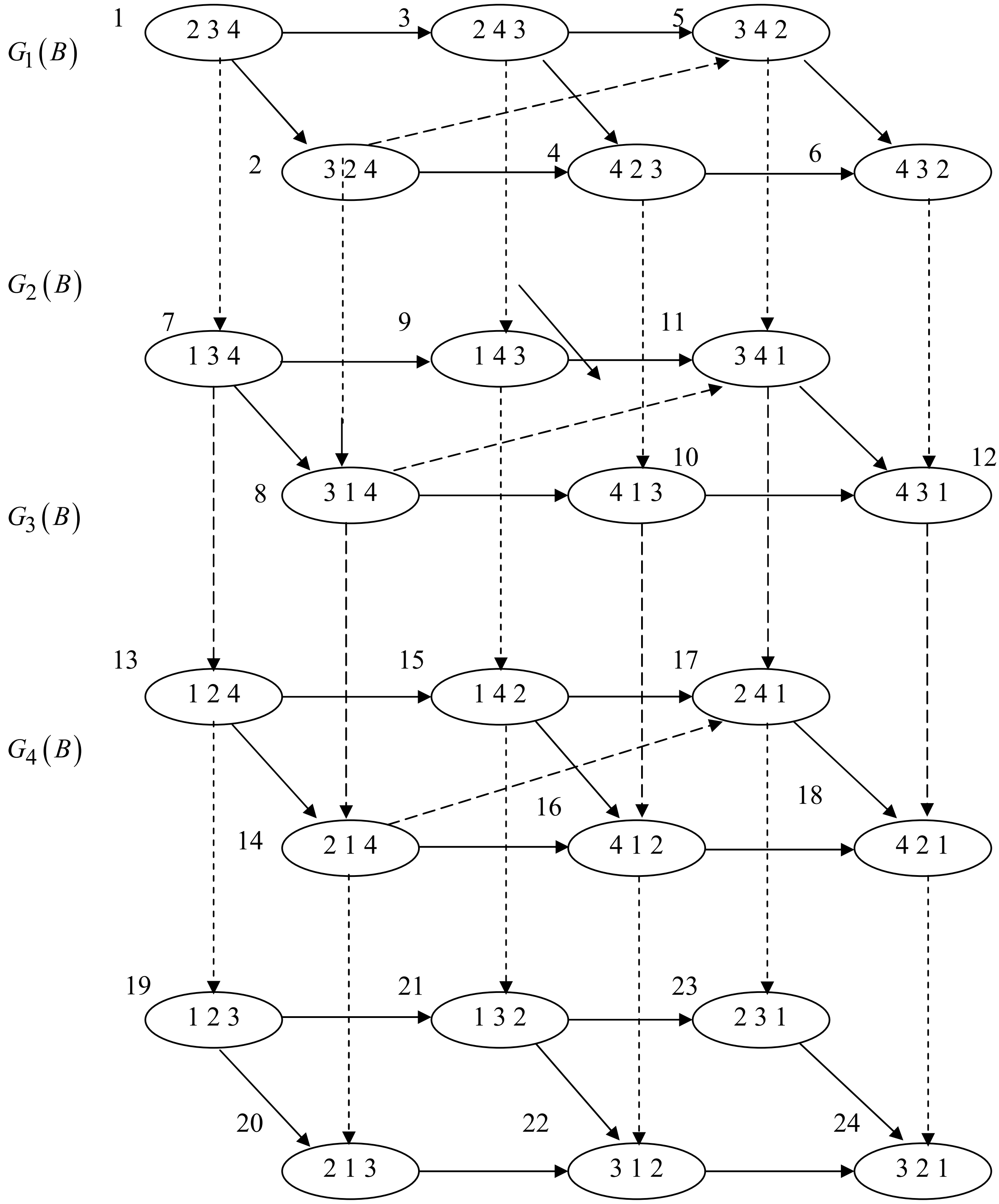


Рисунок 1 – Представления графа многогранника размещений M

Далее рассмотрим построение вершин в подграфах. Следует заметить, что граф $G(B)$ можно построить индуктивным способом, начиная с двух первых элементов размещения, аналогично графу многогранника перестановок [9]. Рассмотрим одно интересное свойство в виде леммы, которое будем использовать для построения графа.

Лемма 1. Из двух смежных вершин p_i, p_j многогранника размещений M функция $f(x)$ принимает не меньшее (большее) значение для той вершины, в которой максимальный из двух различающихся элементов находится справа, при условии, что коэффициенты целевой функции $f(x) = \sum_{j=1}^{n} \langle c_j, x \rangle$ упорядочены следующим образом: $c_1 \le c_2 \le ... \le c_n$, $i \in N_n$.

Рассмотрим вершины p_1 и p_2, которые размещены на некотором подграфе $G_1(B)$ графа $G(B)$. Пусть имеем вершину $p_1 = (2,3,4) \in G_1(B)$, тогда вершина p_2 образована из p_1 путем транспозиции элементов 1 и 2. Согласно лемме 1 получим соотношение значений целевой функции в этих точках: $f(p_1) \ge f(p_2)$. Если теперь в вершинах p_1, p_2 поменять местами элементы 2 и 3, то получим вершины p_3 и p_5, для которых выполняется соотношение $f(p_3) \ge f(p_5)$. Кроме того, по лемме 1 получаем $f(p_1) \ge$ $\ge f(p_3)$ и $f(p_2) \ge f(p_5)$. Аналогично, путем транспозиции элементов 1 и 3 получим из p_2 вершину p_4, а из p_4 транспозицией элементов 2, 3 – вершину p_6. В результате этих действий получим полный подграф $G_1(B)$, который содержит все вершины многогранника размещений M, полученные из элементов $(2,3,4)$. Очевидно, что в подграфе $G_1(B)$ функция $f(x)$ принимает максимальное значение в вершине p_1 и минимальное – в вершине p_6 (при упорядочении элементов множества размещений и коэффициентов целевой функции по возрастанию).

Путь (маршрут) на каждом подграфе графа $G(B)$ определяется последовательностью вершин и ребер для первого подграфа $G_1(B)$ соответственно: $p_1u_1p_2u_2p_3u_3p_4u_4$ $p_5u_5p_6u_6$, для второго $G_2(B)$ – последовательностью $p_7u_7p_8u_8p_9u_9p_{10}u_{10}p_{11}u_{11}p_{12}u_{12}$, для третьего $G_3(B)$ – последовательностью $p_{13}u_{13}p_{14}u_{14}p_{15}u_{15}p_{16}u_{16}p_{17}u_{17}p_{18}u_{18}$, для четвертого $G_4(B)$ – $p_{19}u_{19}p_{20}u_{20}p_{21}u_{21}p_{22}u_{22}p_{23}u_{23}p_{24}u_{24}$, где $p_i \in vert\,M, u_i \in U, i \in$ $\in N_{24}$. Ребро u_i соединяет вершину p_i с вершиной p_{i+1}, то есть выполняется отношение инцидентности $\Phi(p_i, u_i, p_{i+1})$. В каждом подграфе $G_1(B)$, $G_2(B)$, $G_3(B)$, $G_4(B)$ определяется гамильтонов цикл, содержащий все вершины подграфа.

Для дальнейшего изложения материала рассмотрим некоторые интересные свойства описанного графа $G(B)$ многогранника размещений согласно рис. 1.

Говоря о какой-либо задаче на графе $G(B)$, ее допустимое решение обозначим через x, подразумевая, что $x = (X_x, U_x)$ – это удовлетворяющий определенным условиям подграф графа $G(B)$ с множеством вершин $X_x \subseteq X$, где X – множество вершин графа $G(B)$ и множеством ребер $U_x \subseteq U$ – множеством всех допустимых решений этой задачи. Для рассматриваемой задачи множество всех допустимых решений $X = vertM$.

Так как построение подобно графу перестановочного многогранника, который описан в работе [9], исходя из теоремы 1, то целесообразно утверждать, что граф $G(B)$ состоит из подграфов, которые конечны и изоморфны между собой (рис. 1).

Граф $G(B)$ можно рассматривать как конечный граф, который есть объединением четырех подграфов $G_1(B)=(X_1,U_1)$, $G_2(B)=(X_2,U_2)$, $G_3(B)=(X_3,U_3)$, $G_4(B)= =(X_4,U_4)$, где $X_1,X_2,X_3,X_4 \in vert\,M$ и для $G=(X,U)$, $vert\,M = X = X_1 \cup X_2 \cup \cup X_3 \cup X_4$, $U = U_1 \cup U_2 \cup U_3 \cup U_4$.

Определение 1. $G_1=(X_1,U_1,\Phi_1)$ и $G_2=(X_2,U_2,\Phi_2)$ называются изоморфными $(G_1 \cong G_2)$, если существуют два взаимно однозначных соответствия $\varphi: X_1 \to X_2$ и $\psi(U_1 \to U_2)$, сохраняющие отношение инцидентности: $\Phi_2(\varphi(x_1),\psi(u_1),\varphi(y_1))= =\Phi_1(x_1,u_1,y_1)$ [6].

Следует отметить, что $G_1(B)=(X_1,U_1)$, $G_2(B)=(X_2,U_2)$, $G_3(B)=(X_3,U_3)$, $G_4(B)=(X_4,U_4)$ графы попарно изоморфны, так как между их вершинами и ребрами существует взаимно однозначное соответствие.

Из определения следует, что изоморфные графы можно одинаково изображать графически и отличаться они будут только метками вершин, что и обозначено на рис. 1.

Определение 2. Граф называется ориентированным (орграф), если каждое его ребро ориентировано: $\forall x \neq y \in X\ \forall u \in U\ \Phi(x,u,y) \Rightarrow \neg\Phi(y,u,x)$ [6].

Преобразуем неориентированный граф $G(B)$ в ориентированный – заменой каждого неориентированного ребра парой ориентированных ребер.

Для этого рассмотрим шестерки точек – вершины подграфов графа $G(B)$, которые можно представить на плоскости в виде плоского (планарного) графа так же, как и для графа перестановочного многогранника [9]. Причем для каждой шестерки вершин можно построить гамильтонов путь. Для произвольного n граф $G(B)$ раскладывается на подграфы, где наименьший состоит из множества вершин и дуг, соединяющий эти вершины, что снова приводит к рассмотрению подграфов вида $G_1(B)=(X_1,U_1)$, $G_2(B)=(X_2,U_2)$, $G_3(B)=(X_3,U_3)$, $G_4(B)=(X_4,U_4)$.

Учитывая свойства графа $G(B)$, рассмотрим алгоритм решения задачи $Z(F,X)$ на графе многогранника размещений. В алгоритме используется решение подзадачи, которая состоит в нахождении множества точек – вершин графа по экстремальным значениям целевых функций $G_1(x)=\sum_{i=1}^{m} g_{ij}x_i = h_i,\ i \in N_m,\ j \in N_k$ на основе метода деления отрезка пополам (метода дихотомии), используя свойства графа $G(B)$.

3. Алгоритм решения векторной задачи на размещениях.

Рассмотрим метод решения дискретных многокритериальных задач с применением графов.

Пусть $G(B)=(X,U)$ есть граф, задано также множество подграфов $\{G_1,...,G_q\}$. Допустимое решение x определяется как подграф $x=(X_x,U_x), X_x \subseteq X, U_x \subseteq U$, в котором каждая компонента связности изоморфна графу $G(B)$, где X – множество допустимых решений на графе. Учитывая многокритериальность заданной задачи, заметим, что ее необходимо свести к однокритериальной задаче.

Для этого применим известный алгоритм линейной свертки. Эти алгоритмы базируются на следующем известном факте: при положительно-определенной вектор-целевой функции элемент $x \in X$, максимизирующий линейную свертку $F^{\lambda}(x)$, является Парето-оптимальным. Далее общая идея предложенного метода решения задачи $Z(F,X)$ состоит в последовательном рассмотрении подзадач, каждая из которых содержит функции из вектор-функции и функции-ограничения.

Алгоритм

Начальный шаг. Полагаем $s=0$. Сведем многокритериальную задачу $Z(F,G)$ на графе $G(B)$ многогранника размещений к однокритериальной с помощью линейной свертки: задаем весовые неотрицательные коэффициенты $\lambda_j, j \in N_l$, которые определяют степень важности каждого критерия, и максимизируем линейную комбинацию целевых функций, то есть решаем задачу

$$Z(f,G^s),\ \text{где}\ f(x)=\sum_{i=1}^{l}\lambda_i\langle c_i,x\rangle,\ \lambda_i \ge 0,\ i \in N_l,\ \sum_{i=1}^{l}\lambda_i=1,\ G^s=R^n .$$

В случае, если какой-либо из коэффициентов $\lambda_i=1$, а все другие $\lambda_j=0$, $i \ne j$, $i, j \in N_l$, то рассматривается однокритериальная задача с i-й целевой функцией.

Задаем элементы множества B $b_1,b_2,...,b_q$, которые упорядочены $b_1 \le b_2 \le ... \le b_q$, задаем коэффициенты целевой функции $c_1,c_2,...,c_n$.

Основная часть.

Шаг 1: Упорядочим коэффициенты $\lambda_i \cdot c_i, i \in N_l$, $\lambda_1 c_1 \le \lambda_2 c_2 \le ... \le \lambda_n c_n, i \in N_n$ целевой функции $f(x)=\sum_{i=1}^{l}\lambda_i\langle c_i,x\rangle$.

Шаг 2: Определяем минимальные и максимальные значения целевой функции $f(x)=$ $=\sum_{i=1}^{l}\lambda_i\langle c_i,x\rangle$, вычисляем значения $f(x^*_{\min})$, $f(x^*_{\max})$ на общем графе многогранника $G(B)$ и на каждом из подграфов $G_1(B)$, …, $G_n(B)$.

Шаг 3: $k=0$. Выбираем одно из дополнительных ограничений $h_i=\sum_{i=1}^{m}g_{ij}x_i$, $i \in N_m$, $j \in N_n$ присваиваем $k=k+1$, если $k=m$, то есть все ограничения выбраны, то на шаг 10. Иначе, задаем коэффициенты дополнительного ограничения k: $g_{ij}, i \in N_m$,.

$j \in N_k$, $k = k+1$, $i := k - i$. Строим решетку для преобразования индексов коэффициентов (упорядочиваем коэффициенты):

$$U_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \end{pmatrix} \Rightarrow U'_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \alpha'_1 & \alpha'_2 & \alpha'_3 & \alpha'_4 \end{pmatrix}.$$

Шаг 4: Преобразовываем дополнительное ограничение в ограничения вида: $\tilde{g}_{ij}(x) = U_i g_{ij}(x) \geq h_i$, в котором коэффициенты упорядочены по возрастанию.

Шаг 5: Определяем $\tilde{g}_k(x^*_{\max}) = \max$, $\tilde{g}_k(x^*_{\min}) = \min$ на графе $G(B)$.

Шаг 6: Находим значения функции дополнительного ограничения $\tilde{g}_{ij}(x)$ в левых крайних точках $p_{i_{left}}$, которые определяют $\max$ значений функции $\tilde{g}_k(x)$ на каждом подграфе $G_1(B)$, …, $G_n(B)$ графа (рис. 1).

Шаг 7: Сравниваем выполнение ограничений $\tilde{g}_q(x) \geq b_q$, если условие выполняется, запоминаем $p_{i_{left}}$ и переходим на следующий шаг 8. Иначе на шаг 9.

Шаг 8: Находим значения функции – дополнительного ограничения в точках $p_{i_{rite}}$ (точки, которые определяют $\min$ значение $\tilde{g}_k(x)$ на каждом подграфе). Делим отрезок, который определяется точками $p_{i_{rite}} \leq g_q(x) \leq p_{i_{left}}$ на шаге 6, 7, пополам и получаем точку $\overline{x}^* = \left(p_{i_{left}} - p_{i_{rite}}\right)/2$. Переходим на следующий шаг.

Шаг 9: Проверяем выполнения преобразованного дополнительного ограничения $g_k(x) \geq b_k$, подставив значения точки из множества размещений $A(B)$. Если неравенство выполняется, то запоминаем нужный отрезок $[\overline{x}^*, p^*_{\min}]$ или $[p^*_{\max}, \overline{x}^*]$. Проверяем выполнения условия $k = m$, если не выполняется, то переходим на шаг 3. Иначе на следующий шаг.

Шаг 10: Для всех дополнительных ограничений ищем подграф, который определяется множеством вершин и вычисляем на нем $\min$ или $\max$ значений целевой функции $f(x)$. Задача решена, если значение целевой функции находится в точках на пересечениях и определяют объединение вершин подграфов $G_1(B)$, …, $G_n(B)$. Иначе – задача неразрешима.

Таким образом, результатом работы алгоритма является подграф $x^0 = (X, U, \Phi)$ исходного графа $G(B) = (X, U, \Phi)$. x^0 – Парето-оптимальное решение задачи $Z(F, X)$. Поскольку решение задачи ищется на конечном дискретном множестве размещений, то можно гарантировать нахождение хотя бы одного Парето-оптимального решения $\tilde{x}$ задачи $Z(F, X)$ с вектор-целевой функцией, а соответственно применение алгоритма к данному графу $G(B)$, у которого сложность нахождения $\tilde{x}$ составляет $O\left(mn^2\right)$.

Вычислительная сложность всякого алгоритма α измеряется количеством элементарных операций (арифметических, сравнения и т.п.) и обозначается через $\alpha(\tau)$.

Выводы

Исследованы сложные задачи на комбинаторном множестве размещений со многими критериями. Рассмотрены некоторые свойства допустимой области комбинаторной задачи, которая имеет специфические входные данные. Построен и обоснован метод локализации линейной функции на комбинаторных конфигурациях.

Модель многокритериальной задачи с учетом комбинаторных свойств области допустимых решений может быть применена для принятия решений в практических задачах экономики, техники, народного хозяйства.

Дальнейшее развитие данной работы будет направлено на реализацию и адаптацию сформулированного метода, а также на разработку новых методов решения комбинаторных оптимизационных задач с учетом входных данных и других комбинаторных множеств.

Литература

1. Шевченко А.И. Задачи и вопросы экспериментального поиска алгоритмов интеллектуального творческого процесса человека как прототипа машинного интеллекта / А.И. Шевченко, И.С. Сальников, Р.И. Сальников // Искусственный интеллект. – 2008. – № 3. – С. 6-17.
2. Подиновский В.В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М. : Наука, 1982. – 256 с.
3. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация / Штойер Р. – М. : Радио и связь, 1992. – 504 с.
4. Семенова Н.В. Подход к решению векторных задач дискретной оптимизации на комбинаторном множестве перестановок / Н.В. Семенова, Л.Н. Колечкина, А.Н. Нагорная // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 3. – С. 158-172.
5. Емеличев В.А. Многогранники, графы, оптимизация / Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К. – М. : Наука, 1981. – 344 с.
6. Уилсон Р. Дж. Введение в теорию графов / Уилсон Р.Дж. – М. : Мир, 1977.
7. Емеличев В.А. О некоторых алгоритмических проблемах многокритериальной оптимизации на графах / В.А. Емеличев, В.А. Перепелица // Журн. выч. математики и мат. физики. – 1989. – Т. 29, № 2. – С. 171-183.
8. Донец Г.А. О сложности алгоритмов поиска в глубину на модульных графах / Г.А. Донец, И.Э. Шулинок // Теорія оптимальних рішень. – 2002. – № 1. – С. 105-110.
9. Донец Г.А. Метод упорядочения значений линейной функции на множестве перестановок / Г.А. Донец, Л.Н. Колечкина // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 2. – С. 50-61.

Л.М. Колєчкіна

Прийняття рішень в умовах багатокритеріальності з комбінаторними властивостями альтернатив

У статті розглядується задача прийняття рішень при багатьох критеріях на комбінаторних конфігураціях. Такі задачі є моделями багатьох практичних задач. Обгрунтовуються властивості області допустимих рішень задачі, що базуються на властивостях многогранника розміщень, вершини якого визначають задану комбінаторну множину точок. Представлено множину альтернатив у вигляді орієнтованого графа многогранника розміщень. Описуються властивості графа многогранника розміщень, які використовуються для розробки нового методу розв'язання пропонованої задачі на графі.

L.N. Kolechkina

Decision-Making in the Conditions of Multicriterion with Combinatorial Properties of Alternatives

In article the decision-making task is considered at many criteria on combinatorial configurations which is models of many practical tasks. Properties of area of admissible solutions the tasks which are based on properties of a polyhedron of allocations which tops define the set combinatorial point set are proved. It is presented sets of alternatives in the form of a graph of a polyhedron of allocations. Properties of a polyhedron graph of allocations which are used for development of a new method of solutions of the offered task on the graph are described.

Статья поступила в редакцию 22.12.2009.